Zu 13.3: Transformationen zu einigen Regressions-Modellen

Modell	Transformation	Ergebnis der linearen Regression	Rück-transformation
$\hat{y}(x) = a + \frac{b}{x}$	$x = \frac{1}{u}$ $\Rightarrow \hat{y}(u) = a + bu$	a, b	$u = \frac{1}{x}$ $\Rightarrow \hat{y}(x) = a + \frac{b}{x}$
$\hat{y}(x) = ae^{bx}$	$y = e^w$ $\Rightarrow \hat{w}(x) = \tilde{a} + bx,$ $\tilde{a} = \ln a$	$\tilde{a}, b$	$w = \ln y$ $\Rightarrow \hat{y}(x) = e^{\tilde{a}}e^{bx}$
$\hat{y}(x) = ax^b$	$x = e^u, \quad y = e^w$ $\Rightarrow \tilde{w}(u) = \tilde{a} + bu,$ $\tilde{a} = \ln a$	$\tilde{a}, b$	$w = \ln y, \ \ u = \ln x$ $\Rightarrow \hat{y}(x) = e^{\tilde{a}}x^b$
$\hat{y}(x)$ $= \frac{y_s}{1+e^{-b(x-x_0)}}$, y_s **bekannt!**	$y = \frac{y_s}{e^w+1}$ $\Rightarrow \tilde{w}(x) = \tilde{a} + \tilde{b}x,$ $\tilde{a} = bx_0, \ \ \tilde{b} = -b$	$\tilde{a}, \tilde{b}$	$w = \ln\left(\frac{y_s}{y} - 1\right)$ $\Rightarrow \hat{y}(x) = \frac{y_s}{1+e^{\tilde{a}+\tilde{b}x}}$

Hinweis: Beim Modells für gedämpften Wachstum (letzte Zeile der Tabelle) ist eine Zurückführung auf eine lineare Regression mittels Variablentransformation nur möglich, falls der Sättigungswert y_s bekannt ist oder sinnvoll angenommen werden kann. In vielen Fällen ist aber gerade dieser aussagekräftige Parameter gesucht! Dann ist das Problem irreduzibel nichtlinear und kann nur approximativ nummerisch gelöst werden.